

Zusammenfassung NuS I D-ITET

28. Juli 2017

1 Elektrostatik

Elementarladung	e	$+1.602 \cdot 10^{-19}$	As
Dielektrizitätskonst.	ϵ_0	$8.854 \cdot 10^{-12}$	$\frac{As}{Vm}$
Magn. Permeabilität	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$	$\frac{Vs}{Am}$
Ruhemasse Elektron	$m_{0,e}$	$9.1094 \cdot 10^{-31}$	kg
Ruhemasse Proton	$m_{0,p}$	$1.6726 \cdot 10^{-27}$	kg
Lichtgeschwindigkeit	c_{Vak}	$2.99792 \cdot 10^8$	$\frac{m}{s}$

Sinussatz: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = \frac{abc}{2A} = 2R$

Kosinussatz: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$

1.1 Ladungsdichten

- Linienladungsdichte: $\lambda = \frac{dQ}{dl} = \left[\frac{As}{m} \right], Q = \int \lambda dl$
- Flächenladungsdichte: $\sigma = \frac{dQ}{dA} = \left[\frac{As}{m^2} \right], Q = \iint \sigma dA$
- Raumladungsdichte: $\rho = \frac{dQ}{dV} = \left[\frac{As}{m^3} \right], Q = \iiint \rho dV$

1.2 Grundgrössen

- E-Feld einer Punktladung: $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \left[\frac{V}{m} \right]$
- Kraft mehrer zweier Ladungen: $F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}_{12}$ [N]
- Coulombkraft: $F = qE$
- E-Feld Punktdipol: $E(\hat{r}_p) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \sum_k \frac{q_k}{|r_p - r_k|^2} \frac{r_p - r_k}{|r_p - r_k|}$

- E-Feld ∞ -langer Leiter: $E = \frac{1}{2\epsilon_0} \frac{\lambda}{r_{\perp}}$
- Spannung, Innen-/Aussenleiter: $E(\rho) = \frac{Q}{2\pi\epsilon l \rho} \hat{\rho}$
 $U = \int_{r_1}^{r_2} E(\rho) d\rho = \int_{r_1}^{r_2} \frac{Q}{2\pi \cdot \epsilon \cdot l \rho} d\rho = \frac{Q}{2\pi \cdot \epsilon \cdot l} \ln \left| \frac{r_2}{r_1} \right|$

- Leckstrom:
 $I = \int_0^{2\pi} \int_0^l \int_0^{\rho} \rho d\phi d\varphi = 2\pi k \rho l E(\rho) \Rightarrow E(\rho) = \frac{I}{2\pi k l \rho}$

- Elektr. Flussdichte $D(\vec{r}) = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot E(\vec{r}) = \epsilon_r \cdot E(\vec{r}) \left[\frac{As}{m^2} \right]$

1.2.1 Arbeit & Potential (1-33)

$W_{P_1 \rightarrow P_2} = - \int_{P_1}^{P_2} F \cdot d\vec{s}$ wegunabhängig
 $W_e = -Q \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{s} = Q(\varphi(P_2) - \varphi(P_1)) = -U_{12} Q$
 → [W] = Ws = J, [P] = $\frac{W}{s} = W$

Potential:
 Oftmals $\rho_{eff} = \infty$
 $\varphi(P_1) = \frac{W(\rho_{eff} \rightarrow P_1)}{Q_1} = - \int_{P_1}^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{s}$ [V]

1.2.2 Spannung

$U_{12} = \varphi(P_1) - \varphi(P_2) = \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{W_{12}}{Q}$

1.3 Das Gauss'sche Gesetz (1-45)

$\oint_A \vec{D}(\vec{r}) \cdot d\vec{A} = \oint_A \vec{\epsilon}_r D(\vec{r}) \cdot \vec{\epsilon}_r dA = Q = DA$

beachte $D = \frac{Q}{A}$ für unendlich dünne Platten

E-Feldlinien von idealen Leitern, stehen senkrecht auf der Oberfläche.

1.4 Kondensator (1-61)

$C = \frac{Q}{U} = \frac{\iint_A \vec{D} \cdot d\vec{A}}{\int_A \vec{E} \cdot d\vec{s}} = \frac{\iint_A \sigma dA}{\int_A \vec{E} \cdot d\vec{s}} \quad [F] = \left[\frac{As}{V} \right]$

Einfache Kondensatorrentladung: $U = U_0 e^{-t/\tau}$

- Plattenkondensator:
 $E = \frac{U}{d} = \frac{Q}{\epsilon A}, \quad U = Ed \Rightarrow C = \frac{Q}{U} = \frac{\epsilon A}{d}$

Das Feld einer Platte ist $E/2$

- Kugel(schalen)kondensator: (1-62)(1-73)

$U_{ab} = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{4\pi\epsilon r_1^2} \int_a^b \frac{1}{r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right) \Rightarrow C = 4\pi\epsilon \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}$

- Vielschichtenkondensator aus n Platten:
 $C_{ges} = (2n - 1)C$

- Drehkondensator (1-68)
 $C_{ges} = (2n - 1) \frac{\epsilon A}{d} = (2n - 1) \frac{\epsilon}{d} \frac{1}{2} \pi r_2^2 (\alpha r_2 - \pi r_1^2)$

Für unendlich dünne Platten: $D = \sigma/2$

1.5 Energie im E-Feld (1-70)(1-72)

- Kondensator:
 $W_e = \frac{1}{2} Q U = \frac{1}{2} Q^2 C = \frac{1}{2} C U^2 = \iiint_V \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D} dV$

- Ladung im Fixen E-Feld: $[W=qU]$

2 Elektr., stationäres Strömungsfeld

2.1 Strom

$I = \frac{dQ}{dt} = \iint_A \vec{J} \cdot d\vec{A}, \quad [I] = A, \quad J = \frac{dI}{dA}, \quad [J] = \frac{A}{m^2}$
 Stat. Strömungsfeld, wenn I konst.: $\iint_A \vec{J} \cdot d\vec{A} = 0$ (1-86)

- Spezifische Leitfähigkeit:
 Driftgeschw. $\vec{v}_{Drift} = -\mu_e \vec{E}$ wobei $\mu_e = "$ Beweglichkeit"
 $J = v_{Drift} \rho = -\frac{\sigma}{k} \mu_e \vec{E}, \quad k = \text{spez. Leitf.}, [k] = \frac{1}{v_{Drift}} = \frac{1}{\Omega m}$

$\vec{J} = \sigma \vec{E}$

- Spezifischer Widerstand: $\rho_R = \frac{1}{\sigma}, [\rho_R] = \Omega m = \frac{Vm}{Am}$

- Temperaturabhängigkeit:
 $\rho_R(T) = \rho_{R,20^\circ C} (1 + \alpha(T - 20^\circ C))$

- Ohmsches Gesetz: $U = R \cdot I, [R] = \frac{V}{A} = \Omega$

$J = \sigma E, \quad R = \frac{U}{I} = \frac{dA}{\sigma A} = \frac{\rho_R l}{\sigma A} = \frac{\rho_R l}{k \iint_A \vec{E} \cdot d\vec{A}}$

- Leitwert: $G = \frac{1}{R} [G] = S$ (Siemens)

2.2 Sprungstellen bei Materialübergängen (1-99)

- Normalkomponenten.: $J_{n1} = J_{n2}, \quad \epsilon_1 E_{n1} = \epsilon_2 E_{n2}$
 Die Normalkomponente der Stromdichte ist stetig.

- Tangentialkomp.: $E_{t1} = E_{t2}, \quad \frac{J_{t1}}{J_{t2}} = \frac{\kappa_1}{\kappa_2}$
 Die Tangentialkomponente des E-Feldes ist stetig.

2.3 Energie und Leistung (1-102)

$W_e = \int_0^t P(\tau) d\tau$ und $P(t) = \frac{dW_e}{dt}$
 $P = UI = I^2 R = U^2/R$
 Verlustleistungsdichte: $p_V = \frac{dP}{dV} = \vec{E} \cdot \vec{J}$
 $P = \iiint_V p_V dV = \iiint_V \vec{E} \cdot \vec{J} dV$

3 DC-Netzwerke

3.1 Spannungs- und Stromquellen

- Ideale Quellen:



→ Keine Verlustleistung

- Reale Stromquelle Leerlaufspannung: $U_0 = R_i \cdot I_0$

- Reale Spannungsquelle Kurzschlussstrom: $I_K = \frac{U_0}{R_i}$



Reale Spannungsquelle Reale Stromquelle

Umwandlung: [U-Quelle] $U_0 = R_i \cdot I_0$ [I-Quelle]
 Thevenin, Stromquelle: Norton

- Kirchhoff'sche Maschenregel: $\sum_{\text{Masche}} U_k = 0$

- Kirchhoff'sche Knotenregel: $\sum_{\text{Knoten}} I_k = 0$

- Leistungsanpassung

Die Leistung wird maximiert, wenn gilt: $R_L = R_i$

Wechselwirkung Quelle \leftrightarrow Verbraucher

- Gleichmässige Energieabgabe ist nur bei identischen Quellen möglich.

- Leistungsabgabe von zusammengeschalteten Spannungsquellen ist unterschiedlich, wenn sie über versch. R_i oder U_i verfügen.

- Quellen können zu Verbrauchern werden.

3.2 Einfache Netzwerkberechnungen

[R] Seriell: $R_{ges} = \sum_{k=1}^n R_k$

[R] Parallel: $\frac{1}{R_{ges}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k} \quad n=2 \Rightarrow R_{ges} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

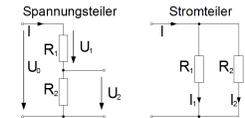
[C] Seriell: $\frac{1}{C_{ges}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{C_k} \quad n=2 \Rightarrow C_{ges} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$

[C] Parallel: $C_{ges} = \sum_{k=1}^n C_k$

[L] Seriell: $L_{ges} = \sum_{k=1}^n L_k$

[L] Parallel: $\frac{1}{L_{ges}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{L_k} \quad n=2 \Rightarrow L_{ges} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$

3.3 Spannungs-/Stromteiler



$U_2 = U \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad I_2 = I \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$

Belasteter Spannungsteiler:

$R'_2 = \frac{R_2 R_L}{R_2 + R_L} \Rightarrow \frac{U_2}{U} = \frac{R'_2}{R_1 + R'_2} = \frac{R_2 R_L}{R_1 (R_2 + R_L) + R_2 R_L}$

3.4 Wirkungsgrad

$\eta = \frac{P_L}{P_{ges}} \cdot 100\% = \frac{I^2 R_L}{I^2 (R_i + R_L)} \cdot 100\% = \frac{R_L / R_i}{1 + R_L / R_i} \cdot 100\%$

Umgeformt (1-140): $\eta = \left(1 - \frac{1}{\eta_{max}} \right) \cdot 100\%$

Bei der Leistungsanpassung beträgt der Wirkungsgrad 50%.

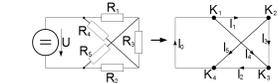
3.5 Widerstandsmessung (1-131)

- Mit korrekter Spannungsmessung:
 $R = \frac{U_R}{I_R} = \frac{U_V}{I_V - I_V / R_V} = \frac{U_V R_V}{I_V R_V - U_V}$

- Mit korrekter Strommessung:
 $R = \frac{U_R}{I_R} = \frac{U_V - U_V / A}{I_A} = \frac{U_V - E_A}{I_A}$

3.6 Analyse umfangreicher Netzwerke (1-143)

1. Darstellung des Netzwerkgraphen:



- Zählrichtung festlegen: Für jeden Zweig die Richtung festlegen (muss konsequent beibehalten werden!).

- Knotengleichungen aufstellen: $k-1$ lin. u. Gleichung:

$K_1: I_0 - I_1 - I_4 = 0$
 $K_2: I_1 - I_2 - I_3 - I_5 = 0$
 $K_3: I_2 - I_3 + I_4 = 0$

- Aufstellen der Maschengleichungen: (#Maschengl. = #Zweige - (#Knoten - 1))

- Prinzip des vollständigen Baumes: Ein vollständiger Baum ist eine Verbindung aller Knoten ohne einen geschlossenen Kreis. Danach muss jede Maschengleichung genau einen Zweig enthalten, der nicht zum vollständigen Baum gehört.

- Prinzip der Auftrennung der Maschen:

Dabei wird nach dem Aufstellen einer Maschgl. Jeweils einer der verwendeten Zweige aufgetrennt und nie mehr verwendet.

3.7 Superpositionsprinzip

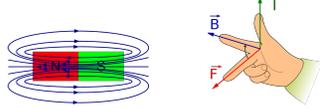
Für jede Quelle das Netzwerk analysieren, die Anderen ausschalten, Resultate addieren.

- Spannungsquellen \rightarrow Kurzschliessen

- Stromquellen → Leerlauf

4 Magnetostatik

- **Magnetfeld:** Feldlinien von N nach S (innen S → N) Magnetfelder sind immer geschlossen.



- **Mag. Flussdichte eines Leiters:** $\vec{B} = \frac{\mu}{2\pi} \frac{I}{\rho}$, $[T] = [\frac{Vs}{m^2}]$
 ρ Abstand zum Leiter
- **Mag. Feldstärke eines Leiters:** $\vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{B} = \frac{1}{2\pi} \frac{I}{\rho} \vec{e}_\phi$, $[H] = \frac{A}{m}$
- **Lorenzkraft (1-180):** $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = \vec{H} \times \vec{B}$
- **F auf Ladung (1-183):** $\vec{F}_L = Q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$ $\vec{F} = Q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

Analogie: Elektrisch, Magnetisch (1-209)

Größe	Elektrisch	Magnetisch
Leitfähigkeit	κ	μ
Widerstand	$R = \frac{1}{\kappa A}$	$R_m = \frac{1}{\mu A}$
Spannung	$U_{12} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E} \cdot d\vec{s}$	$V_{m12} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{H} \cdot d\vec{s}$
Strom/Fluss	$I = \iint_A \vec{J} \cdot d\vec{A}$ $= \iint_A \vec{E} \cdot d\vec{A}$	$\Phi = \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$ $= \mu \iint_A \vec{H} \cdot d\vec{A}$
Ohm. Gesetz	$U = R \cdot I$	$V_m = R_m \cdot \Phi$
Maschengl.	$U_0 = \sum_{\text{Masche}} RI$	$\Theta = \sum_{\text{Masche}} R_m \Phi$
Knotengl.	$\sum_{\text{Knoten}} I = 0$	$\sum_{\text{Knoten}} \Phi = 0$
Feldgrößen	Elektrisch	Magnetisch
Intensität/Wirkung (Kraft)	\vec{E}	$\vec{B} = \mu \vec{H}$
Quantität/Ursache (Ladung)	$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$	H

4.1 Oersted'sches Gesetz (Durchfl.satz) (1-187)

$$NI = \iint_A \vec{J} \cdot d\vec{A} = \Theta = \oint_{\partial A} \vec{H} \cdot d\vec{s} = \sum_k H_k l_k$$

Θ Durchflutung, N Windungszahl
Prinzip gilt insbesondere für N = 1, sprich Einzel-Leiter

4.2 Verschiedene magnetische Komponenten

- **∞-langer Leiter (1-189):**

$$H(\rho) = \vec{e}_\phi \frac{I}{2\pi} \left\{ \begin{array}{l} \rho/R^2 \quad \rho \leq R \\ 1/\rho \quad \rho \geq R \end{array} \right.$$

- **Toroidspule (1-190):**

$$NI = \Theta = \int_0^{2\pi} \vec{e}_\phi H \rho d\phi = 2\pi \rho H \Rightarrow \vec{H} = \frac{NI}{2\pi \rho} \vec{e}_\phi$$

- **Reluktanzmodell:** $H = \frac{NI}{l} \vec{e}_l \rightarrow B = \mu \frac{NI}{l} \vec{e}_l$

- **Spannung über Spule:** Wenn sich die Spule bewegt, gilt nach dem Induktionsgesetz: $U_L = N \cdot \frac{d\Phi}{dt}$. Dies vereinfacht sich zu: $U_L = l_L \cdot B \cdot v$ mit l_L : Leiterlänge im B-Feld, v: Geschwindigkeit mit der sich die Spule über den Kern bewegt.

4.3 Reluktanzmodell (1-206)

- **Magn. Spannung:** $V_m = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{H} \cdot d\vec{s} = \Theta = NI$ $[\Theta] = A$
- **Magn. Strom:** $\Phi = \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$, $[\Phi] = Vs = Wb$ (Weber)
- **Magn. Widerstand:** $R_m = \frac{1}{\mu A}$, $[R_m] = \frac{1}{H} = \frac{Vs}{A}$

- **Magnetische spezifische Leitfähigkeit:** μ

- **Magnetischer Leitwert:** $\Lambda_m = \frac{1}{R_m}$, $[\Lambda_m] = \frac{Vs}{A}$

- **Ohm'sches Gesetz:** $V_m = R_m \Phi$, $[V_m] = A$

4.4 Magnetische Polarisation (1-199)

Magnetische Polarisation: $\vec{J}_m = \mu_0 \mu_r \vec{H} - \mu_0 \vec{H}$
Magnetisierung: $\vec{M} = \mu_0 \vec{H} - \vec{H}$

- **Diamagnetismus:** Materialien, die das B-Feld schwächen, $\mu_r < 1$

- **Paramagnetismus:** Materialien, die das B-Feld leicht stärken, $\mu_r > 1$

Ferromagnetismus:

Neben die Hysteresekurve eines Ferrit Materials
Remanenz: oberer Schnittpunkt mit y-Achse, $\mu_r \gg 1$, μ_r nicht konstant

Dauermagnete: Ferromagnetische Stoffe im Remanenzzustand.

4.5 Sprungstellen bei Materialübergängen (1-205)

- **Normalkomponenten:** $B_{n1} = B_{n2}$, $\frac{H_{t1}}{H_{t2}} = \frac{\tan(\alpha_2)}{\tan(\alpha_1)}$

- **Tangentialkomp.:** $H_{t1} = H_{t2}$, $\frac{B_{n1}}{B_{n2}} = \frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{\tan(\alpha_1)}{\tan(\alpha_2)}$

4.6 Induktivität (1-211)

$$L = \frac{\Psi}{I} = \frac{N\Phi}{I} = \frac{N^2}{R_m}, \quad [L] = \frac{Vs}{A} = H \text{ (Henry)}$$

- **A_L -Wert:** $L = N^2 A_L = N^2 \Lambda_m$, $A_L = \Lambda_m = \frac{1}{R_m} = [nH]$

- **Toroidspule:** $L = \frac{\Phi}{I} = \frac{N\Phi}{I} = N^2 \frac{\mu H}{2\pi} \ln\left(\frac{r_{\text{außen}}}{r_{\text{innen}}}\right)$

- **Luftspalt:** $L = N^2 \frac{\mu_0 \mu_r A}{l_m} \approx N^2 \frac{\mu_0 A}{d}$ d Spaltgröße

- **Kraft Magnetfeld:** $F_A = \frac{B^2}{2\mu_0} A$

- **NBA-Formel:** $LI = NBA$

4.7 Induktion und Selbstinduktion (1-249)

- **Induktionsgesetz:** $u(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$

- **Selbstinduktion:** $u_L(t) = L \frac{dI}{dt}$ (vgl. $i_C = C \frac{dU_C}{dt}$)

- **Energie:** $W_m = W_L = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \Phi I = \iiint_V \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H} dV$

5 Allgemeines

5.1 Einheiten

	Einheit	Bedeutung
B	Vs/m^2	Magnetische Flussdichte
\vec{H}	Vs/m^2	Remanenz
C	$As/V = F$	Kapazität
D	As/m^2	Elektr. Flussdichte, el. Erregung
E	V/m	Elektrische Feldstärke
G	$1/\Omega = A/V$	Elektr. Leitwert
H	A/m	Magn. Feldstärke
H_c	A/m	Koerzitivfeldstärke
I	A	Gleichstrom
I_k	A	Kurzschlussstrom
i	A	Zeitabhängiger Strom
J	A/m^2	(räuml. vert.) Stromdichte
J	Vs/m^2	Magn. Polarisation
J	V/m	Magn. Dipolmoment
k		Koppelfaktor
L	Vs/A	Induktivität
M	A/m	Magnetisierung
m	Am^2	Magnetisches Moment
n		Windungszahl
P	$VA = W$	Leistung
pv	W/m^3	Verlustleistungsdichte
\vec{P}	As/m^2	Dielekt. Polarisation
\vec{p}	Asm	Elektr. Dipolmoment
Q	$As = C$	Ladung, Punktladung
R	$V/A = \Omega$	Ohmscher Widerstand
R_m	A/Vs	Magn. Widerstand
u	V	Zeitlich veränderliche Spannung
\vec{u}		Übersetzungsverhältnis
V_m	A	Magnetische Spannung
w	$VAs = J$	Energie
w	WAs/m^3	Energiedichte
Φ	Vs	Magnetischer Fluss
Λ_m	Vs/A	Magnetischer Leitwert
Θ	A	Durchflutung
Ψ	As	Elektr. Fluss
α	$1/K$	Temperaturkoeffizient
χ		Dielekt. & magn. Suszeptibilität
ϵ	As/Vm	Dielektrizitätskonstante
ϵ_r		Dielektrizitätszahl
φ		Phasenwinkel
Φ_e	V	Elektrostatistisches Potential
η		Wirkungsgrad
κ	A/Vm	Spezifische Leitfähigkeit
λ	As/m	Linienladungsdichte
μ	Vs/Am	Permeabilität
μ_r	m^2/Vs	Beweglichkeit der Ladungsträger
ρ	As/m^3	Raumladungsdichte
ρ_R	Vm/A	Spezifischer Widerstand
σ	As/m^2	Flächenladung
σ		Streugrad
ω	$1/s = 2\pi$	Kreisfrequenz

6 Super-Spezial-Extra-Formeln

- **Zentripetalkraft:** $F = m \frac{v^2}{r}$
- **spezifischer Widerstand von Kupfer:** $0.0178 \Omega mm^2/m$
- **Kugeloberfläche:** $A = 4\pi r^2$
- **Kugelvolumen:** $V = \frac{4}{3} \pi r^3$
- **Kreisfläche:** $A = r^2 \pi$
- **Kreisumfang:** $s = 2\pi r$

- **Verkleinerungsnamen:**

piko → 10^{-12}
nano → 10^{-9}
mikro → 10^{-6}
milli → 10^{-3}

- **Newtonsches Gravitationsgesetz:** $F_G = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$

- **Kinematik:** $v = at$, $s = \frac{1}{2} at^2$

- **Epsilon:** $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ Luft: $\epsilon_r = 1$